



II CONPESQ Congresso de Pesquisa, Pós-Graduação e Inovação

Os novos rumos da ciência pós-pandemia

12 a 16 de abril de 2021 Universidade Federal do Cariri - UFCA

MODELO EPISTEMOLÓGICO DE REFERÊNCIA: O ENSINO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA PARA A LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Talyta Sampaio Figueiredo¹

Universidade Federal do Cariri
talyta.sampaio@aluno.ufca.edu.br

Rochelande Felipe Rodrigues²

Universidade Federal do Cariri
rochelande.rodrigues@ufca.edu.br

1 INTRODUÇÃO

É importante compreendermos o conhecimento matemático como uma construção histórica e humana, para aplicarmos os conceitos de modo que atenda a necessidade social. No processo de consolidação destes conhecimentos matemáticos, percebe-se uma transformação dos saberes científicos que são aqueles criados nos institutos de pesquisas e nas universidades, porém, muitos deles não estão adaptados as escolas de ensino básico em saberes a ensinar que devem estar presentes nos livros didáticos e indicados nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e na Base Nacional Curricular Comum (BNCC). Estes conhecimentos sofrem uma transposição didática (CHEVALLARD, 1991), com objetivo de democratizar o conhecimento matemático para os alunos que serão futuros profissionais da sociedade, transformando o conhecimento na troca de saberes entre professores e alunos.

Nesse contexto afirma-se que o saber é a ponte para toda essa transposição, pois no âmbito escolar o docente utiliza as estratégias de ensino para aplicar suas práticas pedagógicas com o auxílio de agentes externos, como por exemplo os autores dos livros didáticos e os pesquisadores da área de ensino. No âmbito da sala de aula, destacamos algumas metodologias que tem como enfoque a engenharia da didática, no caso, o Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP), que é considerado um tipo de engenharia e fundamentado pela Teoria Antropológica do Didático (TAD).

Segundo ALMOULOU (2012), apresenta-se dois tipos de geração de engenharia didática, a primeira geração traz uma metodologia mais próxima da sala de aula favorecendo um certo tema ou conteúdo didático, desenvolvendo-se em concepção, realização, observação

1 Será preenchido pela Comissão após avaliação com as informações dos metadados da submissão.

2 Será preenchido pela Comissão após avaliação com as informações dos metadados da submissão.

e análises de sequências de ensino. A de segunda geração tem como objetivo o desenvolvimento de recursos para o ensino regular ou formação de professores. Vale ressaltar, que há uma divisão de quatro fases na engenharia didática: a análise previa; a concepção e análises a priori; a experimentação; e pôr fim, a fase da análise posteriori e validação.

A TAD analisa a situação de ensino da matemática no âmbito do sistema educacional, apresentando elementos que auxiliam na compreensão do desenvolvimento e aplicação conceito a ser ensinado, buscando analisar a complexidade crescente das organizações matemáticas (CHEVALLAR, 1996). Outro elemento teórico utilizado na pesquisa é o PEP (CHEVALLARD, 2004, 2006, 2009), fundamentado pela TAD e considerado um dispositivo didático que parte de uma questão geratriz com a capacidade de proporcionar outras questões derivadas que procura desenvolver no aluno uma autonomia no processo de compreensão dos conceitos matemáticos.

O modelo epistemológico de referência (GASCÓN, 2014), que está sendo utilizado em nossa pesquisa é direcionado para o ensino de funções elementares. A organização matemática e didática proposta, procura proporcionar a utilização de praxeologias que façam compreender os conceitos das funções elementares, como também, as suas aplicações.

O resumo expandido em questão, apresenta o ensino de funções elementares como o saber a ser ensinado, com enfoque para as equações de funções quadráticas, com o objetivo de apresentar o andamento de nossa pesquisa que propõe analisar a conformidade com o Modelo Epistemológico de Referência para o ensino de funções elementares (RODRIGUES, 2019; RODRIGUES; DE MENEZES; DOS SANTOS, 2017). Dessa forma, foi realizada uma análise praxeológica de um livro didático e será realizado análises das praxeologias do professor, como também dos alunos. Vale salientar, que é preciso também observar as fontes primárias que remetem ao estudo desta função, no que tange por exemplo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), para que assim possamos adentrar ao estudo na disciplina de Princípios de Matemática.

2 REFERÊNCIAL TEÓRICO

A transposição didática (CHEVALLARD, 1991) foi criada pelo sociólogo Michel Verret, em 1975 e aprimorado pelo matemático Yves Chevallard em 1985. Segundo MENEZES (2010), a transposição didática é considerada um instrumento na qual transforma o conhecimento, para que dessa forma, aconteça a troca de saberes entre professor e aluno, que possa ser ensinado pelos docentes e aprendido pelos discentes. Logo percebe-se, que há um trajeto do saber científico até a sua transformação para um saber a ser ensinado.

Analisaremos aqui o conteúdo de funções quadráticas que envolvem a álgebra, porém, para isso é necessário realizar um breve estudo da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que traz em seu texto orientações a serem seguidas nas redes de ensino, com o principal objetivo de garantir aos discentes que aprendam várias temáticas consideradas fundamentais do conhecimento e suas habilidades. É importante que o professor durante a sua formação tenha um maior contato com a realidade, construindo elementos que possam auxiliar na sua aplicação.

A BNCC (BRASIL, 2017) do ensino médio, comenta que as competências matemáticas trazem habilidades que têm como responsabilidade aprimorar o potencial do aluno que já vem em formação desde as séries passadas. Nessa perspectiva, é importante prezar por ações que estimulem o aluno no processo de reflexão, abstração e criatividade, buscando compreender que a matemática faz parte de sua cultura e história como indivíduo, ou seja, ela não vai se apresentar apenas como um conjunto que retratam regras e técnicas. Nesse período o aluno tem contato com o conteúdo que envolve funções durante os três anos de estudos.

Buscando relacionar ao ensino das funções quadráticas e fundamentar a nossa pesquisa, utilizamos a Teoria Antropológica do Didático (TAD), que propõe inicialmente três conceitos

primitivos: os objetos O, as pessoas X, as instituições I. Chevallard (1996, p. 127) chama atenção para os objetos O, por ser necessário e fundamental, considerando que “todas as coisas são objetos”. Ou seja, o objeto irá existir caso seja reconhecido por, pelo menos, uma pessoa X ou instituição I (MENEZES, 2010). A definição de pessoa proposta por Chevallard não deve generalizar o fato de que “todo indivíduo é uma pessoa”. Pessoa surge das várias relações que o indivíduo tem com instituições diferentes, ou seja, é o conjunto de sujeitos do indivíduo é que forma a pessoa.

Para o pesquisador, a pessoa muda pelas sujeições que são incorporadas com o tempo, pelo qual a relação pessoal com o objeto promove a aprendizagem. O conceito primitivo de Instituição é conceituado por Chevallard (1996, p. 129) “[...] a instituição pode ser quase tudo o que quer que seja. Uma escola é uma instituição, tal como o é uma sala de aula; mas existe igualmente a instituição <trabalhos orientados>, a instituição <curso>, a instituição <família>”. Araújo (2009) exemplifica que a sala de aula e o estabelecimento escolar são instituições do sistema educativo, onde impõe aos seus sujeitos suas regras, condicionando a maneiras próprias de fazer e de pensar.

Outro elemento da teoria da TAD é a noção de praxeologia apresentada por Chevallard (1996). A praxeologia é composta por certo tipo de tarefas (T) que é conduzida por emprego de uma ou mais técnicas (τ), constituindo um bloco prático-técnico (o saber fazer). As técnicas são amparadas por uma tecnologia (θ) e justificada por uma teoria (Θ), bloco tecnológico-teórico (o logos). Nas praxeologias duas organizações estão presentes: a organização matemática (OM) que está relacionada à construção Matemática ligada às situações didáticas; e as organizações didáticas (OD), são organizações que fazem a transposição das OM com a finalidade do ensino. O conjunto de organizações (OM e OD) permite analisar a prática durante as situações didáticas.

Fundamentado pela TAD, temos o Percorso de Estudo e Pesquisa (CHEVALLARD, 2004, 2006, 2009a), que é um dispositivo didático direcionado à modelação matemática³, no qual a sigla PEP foi legitimada no Brasil por Chevallard, em 2011. O PEP está relacionado a um estudo de uma questão viva (Q_0) ou questão geratriz, isto é, uma problemática relevante que pode gerar outras problemáticas menores derivadas dela (Q_i). Tal problemática (Q_0) e suas derivações (Q_i), conduzem a um grande número de saberes que possibilitará caminhos de resoluções diferentes (R_i) e a verificação de suas limitações nas conduções desses caminhos. Nessa cadeia de questões (Q_i) são geradas cadeias de respostas (R_i), que terá a seguinte representação (Q_i, R_i).

Na condução das situações didáticas propostas, outro elemento presente na TAD procura dar sentido e sinalização para os caminhos de ensino e aprendizagem da Matemática, tais caminhos são alicerçados e direcionados por modelos de referência que orientam as conduções didáticas e matemáticas. Esses modelos vêm buscar uma emancipação frente a epistemologia dominante⁴ presente nas instituições de ensino, no qual o monumentalismo está presente de maneira marcante.

O modelo epistemológico de referência (MER), um modelo cuja organização matemática, seguida de uma organização didática apresenta-se como alternativa frente à epistemologia dominante na instituição de ensino. Gascón (2014) destaca que “para ter os

³ A TAD descreve a Modelação Matemática como um processo de construção e reconstrução das OM complexas e crescentes (OMP, OML, OMR), partindo de uma questão problemática que constitui a razão de ser do processo (LUCAS, 2015).

⁴ É a forma concreta em que as universidades como instituições docentes, mas concretamente, a comunidade de agentes interverem nos processos de estudos das matemáticas, fazendo com que os professores universitários e os estudantes interpretam a matemática e a sua relação com a instituição (Barquero, Bosch e Gascón, 2010).

processos de transposição didática como objeto de estudo, a didática necessita analisar de maneira crítica os modelos epistemológicos das matemáticas dominantes nas instituições envolvidas, e assim libertar-se da falta de crítica desses modelos” (Gáscon, 2014, p. 100, tradução nossa). Tal enfrentamento é materializado pelo MER, no qual a transposição didática conduz para a modelação matemática da OM de um MER e os seus ajustes na OD, juntamente com o estudo crítico dos documentos oficiais, das concepções dos professores e alunos, dos livros textos, dos planos de estudos, das praxeologias atuais e entre outros, fazem parte de sua construção.

3 METODOLOGIA

A nossa pesquisa segue uma abordagem qualitativa, na qual existe a perspectiva da descrição das complexidades do problema com uma análise das variáveis e de sua atuação, possibilitando uma compreensão e classificação dos níveis de problematização, obtendo uma ideia da situação em questão (OLIVEIRA, 2002).

Procuramos não apenas identificar as praxeologias do professor e dos alunos, ou mesmo observar os elementos do PEP, mas analisar o processo de aplicação do PEP de maneira conjunta, no sentido de compreender as suas particularidades para verificar conformidade do nosso MER para o conceito de função quadrática. Bogdan e Biklen (1994, p. 49), apresentam algumas características sobre a pesquisa qualitativa, na qual uma delas é que “os investigadores qualitativos se interessam pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos”. A nossa condução metodológica toma por base também os trabalhos de Santos Junior (2017), Barquero (2009), Lucas (2015), Cavalcante (2018) e Rodrigues (2019), que fundamentam os métodos e técnicas propostas e desenvolvidas em nossa pesquisa.

Conforme o cronograma proposto em nossa pesquisa, verifica-se que os primeiros seis meses do projeto foram destinados ao estudo bibliográfico da temática que envolve a pesquisa e análise praxeológica (livro didático), como também, a elaboração das fichas de diagnóstica e de trabalho, da questão geratriz e dos percursos matemáticos. Para o desenvolvimento desta primeira fase foram efetuados resumos bibliográficos dos artigos e capítulos de teses sobre a Engenharia Didática, Teoria Antropológica do Didático, Transposição Didática, Modelo Epistemológico de Referência, Percursos de Estudos e Pesquisa e os documentos educacionais oficiais que abordavam sobre o ensino de função quadrática, como também a construção do relatório parcial. Ao final de cada leitura foi realizado um resumo de uma ou mais páginas, contendo o que foi exposto no mesmo, para que assim fosse possível posteriormente iniciar a escrita do texto introdutório de nossos estudos.

Ademais, foi realizada uma análise praxeológica do livro “Fundamentos da matemática elementar” volume 01 (IEZZI, G.; MURAKAMI, C, 2004) com enfoque para conteúdo de função quadrática. Foi observado durante o roteiro de estudo do livro que há poucos gráficos na representação de algumas temáticas estudadas, além disso a utilização de algumas técnicas para resolução de problemas são repetitivas, ocasionando limitação no entendimento. Para cada exercício envolvendo funções os autores apresentam o enunciado da questão com o tipo de tarefa e suas subtarefas, o método de resolução proposto considerou algumas técnicas, sem apresentar a tecnologia envolvida na maioria dos casos.

4 RESULTADOS E DISCURSÕES

Uma etapa importante para o desenvolvimento do projeto, foi a realização da análise praxeológica do capítulo VII (Função quadrática) do livro “Fundamentos da matemática elementar” volume 01 (IEZZI, G.; MURAKAMI, C, 2004)). O capítulo é dividido em

quatorze subtópicos que envolvem a explicação, exemplos e exercícios do conteúdo, assim foi realizada a análise praxeológica de cada tarefa proposta no livro, abordando sua tarefa, técnica, tecnologia e teoria. O capítulo introdutório inicia-se com a definição da função na qual ressalta que “uma aplicação f de \mathbb{R} em \mathbb{R} recebe o nome de função quadrática ou do 2º grau quando associa a cada x pertencentes aos \mathbb{R} o elemento $(ax^2 + bx + c) \in \mathbb{R}$, em que os coeficientes "a, b e c" números reais e "a" diferente de 0” (IEZZI; MURAKAMI, 2004, p. 138).

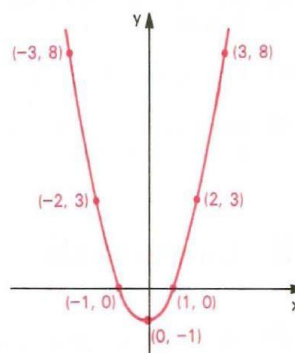
Consequentemente, o livro traz a representação gráfica da função, sendo ela uma parábola com concavidade voltada para cima ou para baixo, dependendo do valor que resultara o x quando calculada, para um maior entendimento é trazido dois exemplos, na qual em ambos é solicitada a construção do gráfico da equação, como mostra a figura 1. Logo é notório a utilização de representações algébrica e gráfica.

Figura 1- Gráfico da função quadrática

Exemplos

1º) Construir o gráfico de $y = x^2 - 1$.

x	$y = x^2 - 1$
-3	8
-2	3
-1	0
0	-1
1	0
2	3
3	8



Fonte: Iezzi e Murakami (2004)

As apresentações em relação a temática exposta foram retratadas de forma clara e sucinta, porém quando se é apresentada o tópico de exercício sobre funções quadráticas percebe-se uma limitação da técnica explorada o que consequentemente dificulta a resolução desses problemas. É notório que os exemplos são apresentados de forma sucinta, ou seja, não trazem o processo que é utilizado até chegar ao gráfico, dificultando assim a resolução do exercício, pois apresentam uma visão limitada do conceito envolvido. Ao tentar exemplificar esses conceitos o livro traz mínimas explicações, como por exemplo como calcular o passo a passo de determinada questão que é apresentada, o que impossibilita o entendimento já que é retratada poucas demonstrações. E assim, vai seguindo um modelo padronizado dos capítulos.

Para iniciar a elaboração da questão geratriz tomamos por base: o nosso Modelo Epistemológico de referência para o ensino de funções elementares (RODRIGUES, 2019); a análise praxeológica do capítulo do livro didático (IEZZI; MURAKAMI, 2004) sobre função quadrática; estudos sobre o ensino da função quadrática no cotidiano, como por exemplo na construção de obras, jogos de futebol, linha de ônibus, entre outros contextos na qual essa função pode estar inserida e que em alguns casos passam por despercebidas, assim foi possível perceber a presença dessa temática em vários aspectos do nosso cotidiano. No desenvolvimento desse material os percursos matemáticos (PM)⁵ foram desenvolvidos tomando por base o nosso MER, onde utilizamos como referência na resolução da questão geratriz. Assim tomamos como

⁵ Os Percursos Matemáticos (PM) fundamentam as organizações matemáticas utilizadas para a resolução da questão geratriz na busca de construir uma resposta adequada ao problema. Os PM propõem um aumento gradual do uso dos tipos de praxeologias, levando ao aluno utilizar técnicas conhecidas e mobilizando duas ou mais na busca da resposta (RODRIGUES, 2019).

questão geratriz o seguinte contexto:

Contexto

A umidade relativa do ar (U.R) e a temperatura são dados meteorológicos importantes que podem afetar o organismo dos seres vivos. A variação destes dados pode trazer um nível de desconforto para os seres humanos, necessitando de cuidados para evitar danos à saúde. A Organização Mundial de Saúde (OMS), comenta que o nível ideal da U.R para o organismo humano gira entre 40% e 70%, valores acima deixa o ar saturado de vapor d'água interferindo no controle da temperatura corporal, ficando mais lenta a evaporação do suor que ajuda a dissipar o calor e resfriar o corpo, no caso, de valores abaixo do mínimo, o tempo seco causa danos maiores a saúde com problemas que ocasionam ressecamento das mucosas e das vias áreas, crises de asma, infecções virais e bacterianas, como outros problemas a saúde. A temperatura e a umidade relativa do ar da cidade de Brejo Santo – CE sofre uma considerável variação em determinadas épocas do ano, apresentando períodos críticos durante o dia que necessita de uma atenção maior e cuidados à saúde. Essa variação ocorre pela cidade estar localizada no cariri cearense que prevalece o clima semiárido, ocasionando em períodos longos de estiagem que interferem diretamente na temperatura e na umidade do ar.

Fonte: [https://drauziovarella.uol.com.br/otorrinolaringologia/veja-dicas-para-amenizar-efeitos-da-baixa-umidade-do-ar/\(texto](https://drauziovarella.uol.com.br/otorrinolaringologia/veja-dicas-para-amenizar-efeitos-da-baixa-umidade-do-ar/(texto) adaptado)

Q₀: Como podemos representar matematicamente a variação diária da umidade do ar e da temperatura da cidade de Brejo Santo – CE, para identificar os períodos críticos que podem causar danos à saúde e, conseqüentemente, estudar e levantar as prevenções necessárias?

Com a construção da questão geratriz e a elaboração da ficha diagnóstica e de trabalho, poderemos direcionar o material ao grupo de alunos que irão participar do projeto de pesquisa, sendo eles alunos da disciplina de Princípios de Matemática do curso de licenciatura em Matemática do Instituto de Formação de Educadores (IFE). No caso das fichas, a sua elaboração foi fundamentada nos livros didáticos de Guidorizzi (2011), Iezzi e Murakami (2004), Lima; Carvalho; Wagner e Morgado (2004), Morettin; Hazzan e Bussab (2003) e Tinoco (2009), que serão direcionadas para rever as técnicas usuais e outras técnicas mais elaboradas para auxiliar nas resoluções das questões apresentadas.

A ficha diagnóstica, abordará a identificação gráfica de uma função, do valor numérico de sua imagem a partir de uma função dada, da simplificação de expressão algébricas ou numéricas, da identificação do domínio e da imagem, da identificação se é crescente ou decrescente, da construção da representação algébrica e gráfica de uma função a partir de dados discretos, da construção da representação algébrica e gráfica de uma função a partir de dados contínuos, assim como, partindo de dados discretos para uma função contínua. No caso da ficha de trabalho, abordará a utilização de técnicas referente a construção e análise gráfica de uma função quadrática, zeros de função, máximos e mínimos, vértice da parábola, eixo de simetria, estudo de sinal e outros conceitos abordados na função quadrática que forem pertinentes a nossa pesquisa.

5 CONCLUSÃO

A organização praxeológica que foi apresentada no livro didático se detém apenas as

tarefas e suas técnicas de modo mais superficial, sem haver um aprofundamento da temática explorada. Ademais, essas questões podem ocasionar nos alunos dificuldades na compreensão de alguns conceitos e aplicações que são considerados de suma importância.

Verifica-se que a pesquisa está em andamento, contemplando um embasamento teórico consistente. A próxima etapa do projeto será o desenvolvimento da pesquisa para a aplicação da questão geratriz que já está elaborada e a escrita de artigo para ser submetido, que já estamos trabalhando em sua construção. Além disso, esperamos que a nossa pesquisa possa contribuir nas discussões relacionadas ao ensino da Matemática e, principalmente, no campo da Didática da Matemática, uma contribuição que provoque reflexões sobre a aplicação do MER e do PEP no sistema de ensino brasileiro, comotambém sobre a possibilidade de contribuir para a formação dos professores de Matemática, com uma visão que possibilite uma melhoria no seu ensino e na sua aprendizagem.

REFERÊNCIAS:

ALMOULOUD, Saddo Ag; DA SILVA, Maria José Ferreira. Engenharia didática: evolução e diversidade Didactic engineering: evolution and diversity. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 7, n. 2, p. 22-52, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular**. Brasília: Ministério da Educação, 2017. 600 p. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 26 jun. 2019.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

CHEVALLARD, Y. Conceitos fundamentais da didática: as perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica. *In*: BRUN, J. (Org.). **Didáctica das matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 115-153.

CHEVALLARD, Y. Steps towards a new epistemology in mathematics education. *In*: CONGRESS OF THE EUROPEAN SOCIETY FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION, 4., 2006, Barcelona. **Anais [...]**. Barcelona: FUNDEMI-IQS, 2006. p. 21-30. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Steps_towards_a_New_Epistemology.pdf. Acesso em: 26 jun. 2019.

GASCÓN, J. Los modelos epistemológicos de referencia como instrumentos de emancipación de la didáctica y la historia de las matemáticas. **Educación Matemática**, Ciudad de Mexico, p. 99-123, marzo, 2014. Disponível em: <http://www.redalyc.org/pdf/405/40540854006.pdf>. Acesso em: 29 jun. 2019.

IEZZI, G.; MURAKAMI, C. **Fundamentos de matemática elementar 1**: conjuntos, funções. 8. ed. São Paulo: Atual, 2004.

MENEZES, M. B. **Praxeologia do professor e do aluno**: uma análise das diferenças no ensino de equações do segundo grau. 2010. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010. Disponível em: https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/3722/1/arquivo196_1.pdf. Acesso em: 26 jun. 2016.

OLIVEIRA, S. L. **Tratado de metodologia científica**: projetos de pesquisas, TGI, TCC, monografias, dissertações e teses. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002.

PAULA DE AVELAR BRITO MENEZES, Anna. Contrato didático e transposição didática: inter-relações entre fenômenos didáticos na iniciação à álgebra na 6ª série do ensino fundamental. 2006.

RODRIGUES, Rochelande Felipe; DE MENEZES, Marcus Bessa; DOS SANTOS, Marcelo Câmara. Licenciatura em matemática e o percurso de estudo e pesquisa: uma proposta do modelo epistemológico de referência para o ensino e aprendizagem do conceito de função. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, v. 13, n. 27, p. 36-50, 2017.

RODRÍGUEZ, E.; BOSCH, B.; GASCÓN, E. Los recorridos de estudio investigación en La reformulación didáctica del problema de lametacognición. *In*: RUIZ-HIGUERAS, L.; ESTEPA, A.; GARCÍA, F. J. (Org.). **Sociedad, escuela y matemáticas**: aportaciones de la teoría antropológica de la didáctica. Jaén: Universidad de Jaén, 2007. p. 1-17.

SILVA, R. S. Base nacional comum curricular. **MEC**, 2018.